Teorema

$\sqrt{2}$ és irracional

Demostració

Suposem que $\sqrt{2}$ és racional

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} \quad mcd(a,b) = 1$$

$$2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow 2 \text{ és divisor de } a^2$$

$$\Rightarrow 2 \text{ és divisor de } a \Rightarrow a = 2 \cdot t$$

$$\Rightarrow (2t)^2 = 2b^2 \Rightarrow 4t^2 = 2b^2 \Rightarrow 2t^2 = b^2$$

$$\Rightarrow 2 \text{ és divisor de } b^2 \Rightarrow 2 \text{ és divisor de } b$$

$mcd(a,b) \neq 1$ (contradicció)

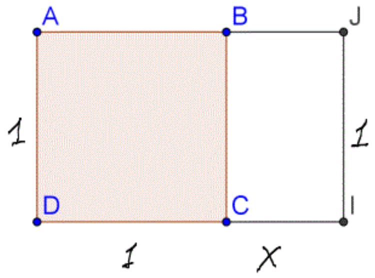
Nombre π

$$\pi = \frac{\text{longitud d'una circumferència}}{\text{diàmetre}}$$

π és irracional

Nombre d'or

Un rectangle és auri si verifica:



Els rectangles AJID i CBJI són semblants

$$\frac{x+1}{1} = \frac{1}{x}$$

$$x(x+1) = 1$$

$$x^2 + x = 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \begin{cases} \boxed{\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}} \\ \dfrac{-\sqrt{5}-1}{2} < 0 \end{cases}$$

La base del rectangle és igual a

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{2}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$$

És el nombre d'or que també és un nombre irracional.