

## UNIDAD 6. FUNCIONES DE PRIMER GRADO

### Funciones y gráficas

Una función es una relación entre dos variables en la que los valores de una de las magnitudes dependen de los valores de la otra, de manera que a cada valor de una le corresponde un único valor de la otra. Las dos variables se llaman **variable independiente** y **variable dependiente**.

Considero la siguiente situación: Para elaborar un helado de limón se necesitan 200 g de leche. Para elaborar dos helados 400 g de leche. Para elaborar tres 600 g. Y así sucesivamente.

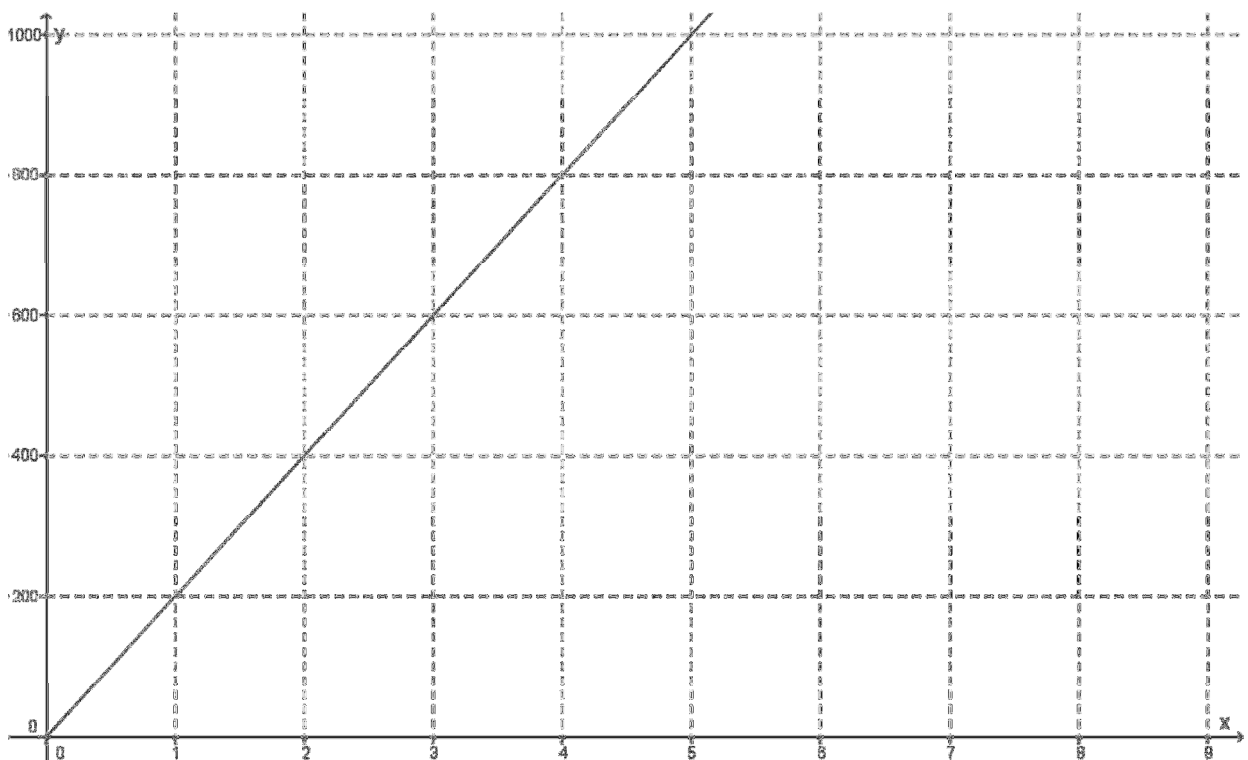
Número de helados	Gramos de leche
1	200
2	400
3	600
4	800
5	1000

La **variable independiente**  $x$  es el número de helados y la **variable dependiente**  $y$  son los gramos de leche.

La expresión algebraica es

$$y = 200x$$

Representamos la gráfica en un sistema de coordenadas.



## Las funciones como relación entre números

Consideramos los números racionales y establecemos una relación entre dos números cualesquiera de tal manera que a cada número le hacemos corresponder su doble más uno.

$$x \rightarrow 2x + 1$$

En esta relación los valores  $x$  corresponden a la variable independiente. Los valores que se relacionan corresponden a la variable dependiente.

$$0 \rightarrow 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$$

$$1 \rightarrow 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\frac{3}{2} \rightarrow 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$2 \rightarrow 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

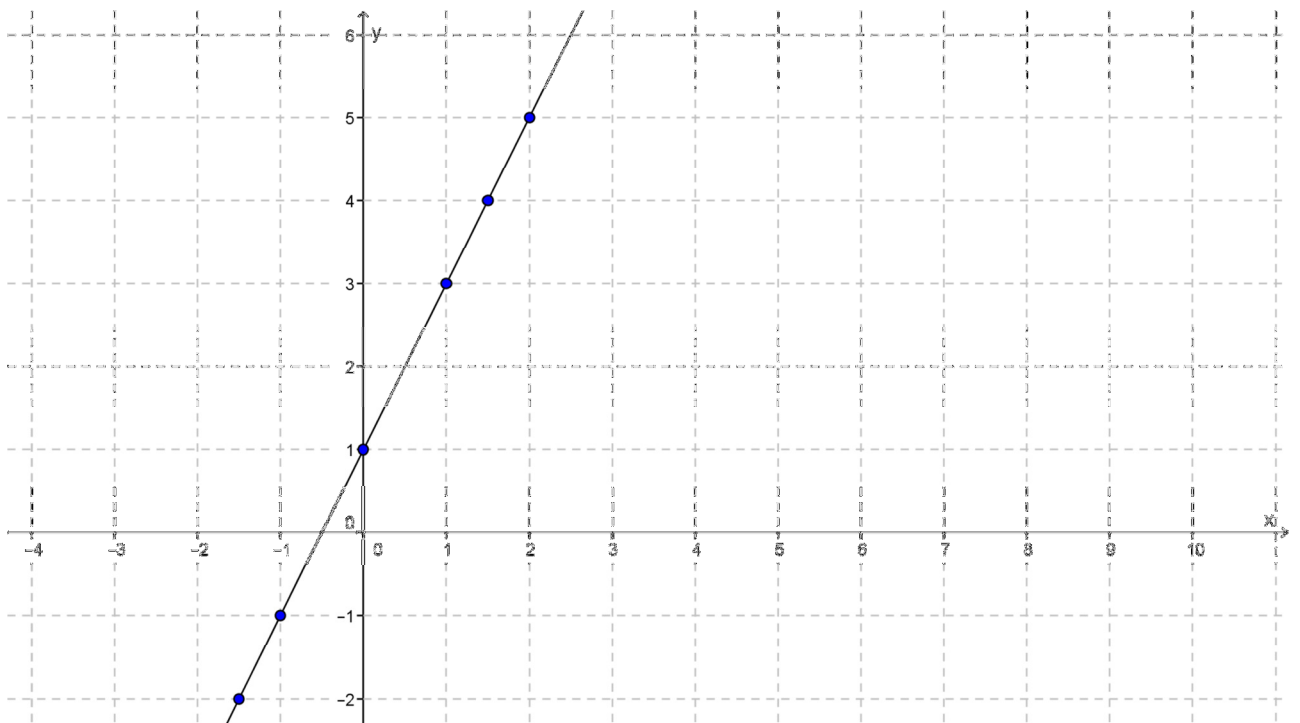
$$-1 \rightarrow 2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$$

$$-\frac{3}{2} \rightarrow 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = -3 + 1 = -2$$

Hacemos una tabla

$x$	$-\frac{3}{2}$	$-1$	$0$	$1$	$\frac{3}{2}$	$2$
$2x + 1$	$-2$	$-1$	$1$	$3$	$4$	$5$

Representamos estos valores en un sistema de coordenadas



Observamos que todos los puntos están en una recta.

La gráfica de una función del tipo  $x \rightarrow ax + b$  siempre es una recta. Estas funciones se llaman de primer grado.

### Imágenes y antiimágenes

En la expresión algebraica de una función los valores de la variable independiente se suelen representar por  $x$ , y los de la variable dependiente por  $f(x)$  o  $y$ .

$$f(x) = 2x + 1 \quad \text{o} \quad y = 2x + 1$$

Los valores numéricos que toma la variable dependiente de una función son las **imágenes**.

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$$

La **imagen** de 0 es 1

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = -3 + 1 = -2$$

La **imagen** de  $-\frac{3}{2}$  es  $-2$

Los valores de la variable independiente son las **antiimágenes**.

**Antiimagen** de 3:

$$3 = 2x + 1$$

$$3 - 1 = 2x$$

$$2 = 2x$$

$$\frac{2}{2} = x$$

$$1 = x$$

La **antiimagen** de 3 es 1

**Antiimagen** de  $-4$

$$-4 = 2x + 1$$

$$-4 - 1 = 2x$$

$$-5 = 2x$$

$$-\frac{5}{2} = x$$

La **antiimagen** de  $-4$  es  $-\frac{5}{2}$

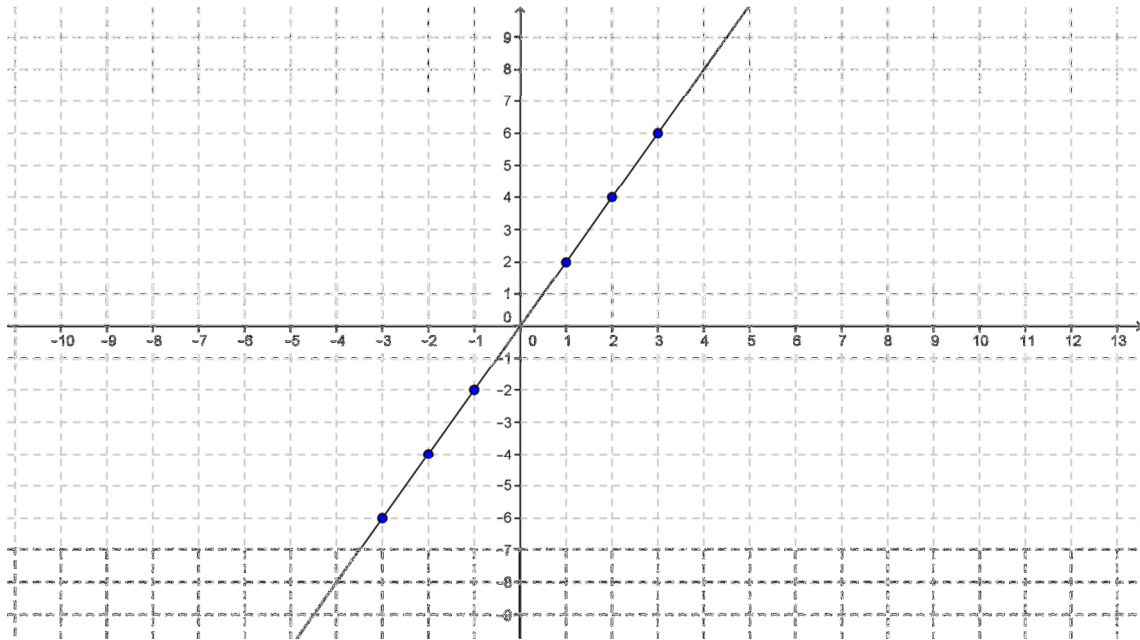
Para encontrar la **antiimagen** de un valor de una función hay que substituir  $f(x)$  o  $y$  por este valor y resolver la ecuación.

## La función lineal

Una función del tipo  $f(x) = mx$  se llama **función lineal** o de proporcionalidad directa. Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

$$f(x) = 2x$$

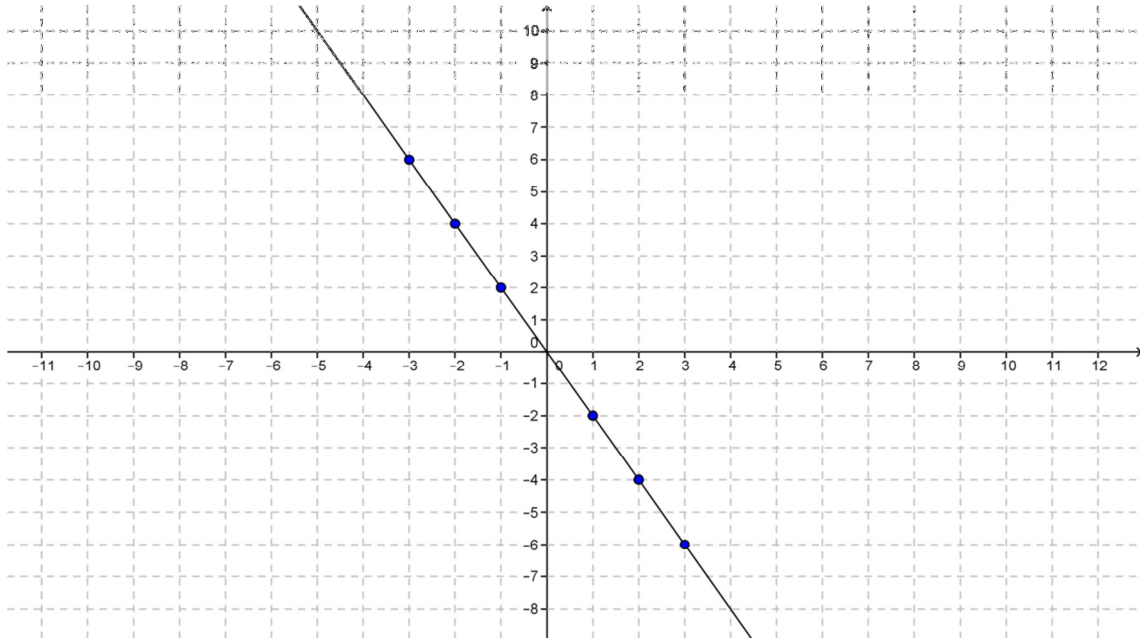
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-6	-4	-2	0	2	4	6



El número  $m$  se llama **pendiente** de la recta. Cuando  $m > 0$  la función es creciente.

$$f(x) = -2x$$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	6	4	2	0	-2	-4	-6



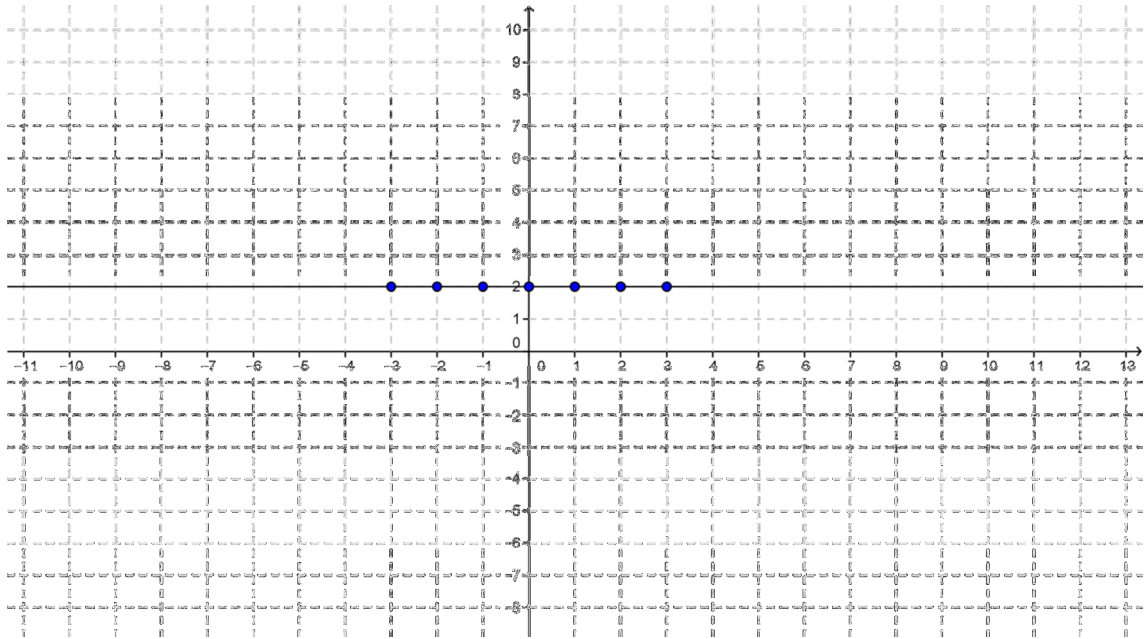
Cuando  $m < 0$  la función es decreciente.

## La función constante

Una función del tipo  $f(x) = b$  se llama **constante**. Su gráfica es una recta horizontal.

$$f(x) = 2$$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	2	2	2	2	2	2

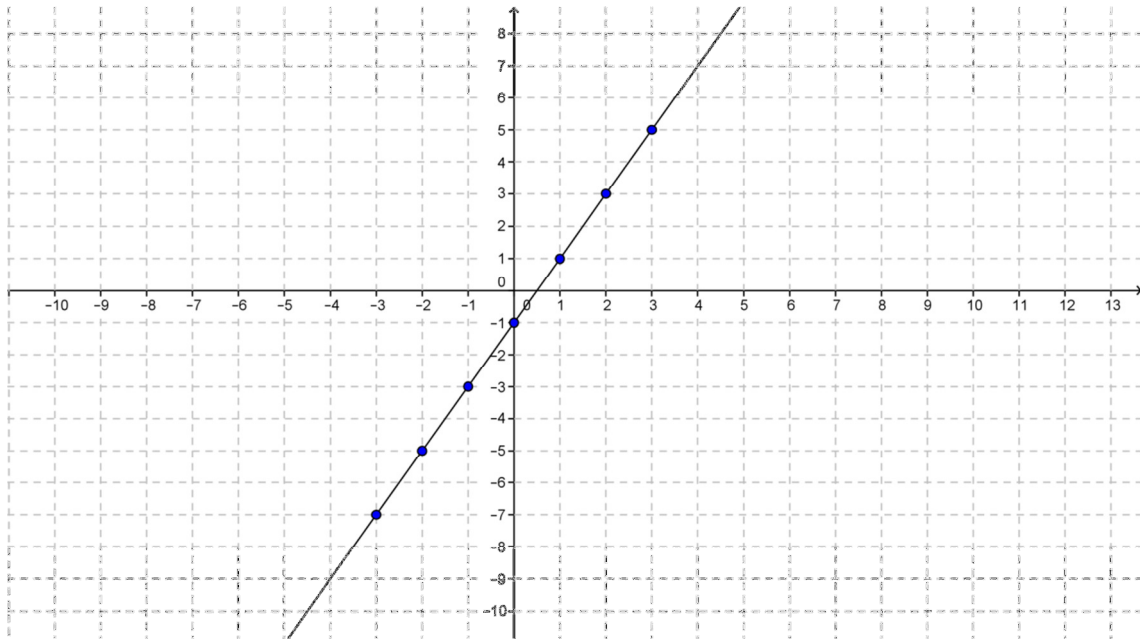


### La función afín

Una función del tipo  $f(x) = mx + b$  se llama **función afín**. Su gráfica es una recta. El número  $m$  se llama **pendiente** de la recta y el número  $b$  **ordenada en el origen**.

$$f(x) = 2x - 1$$

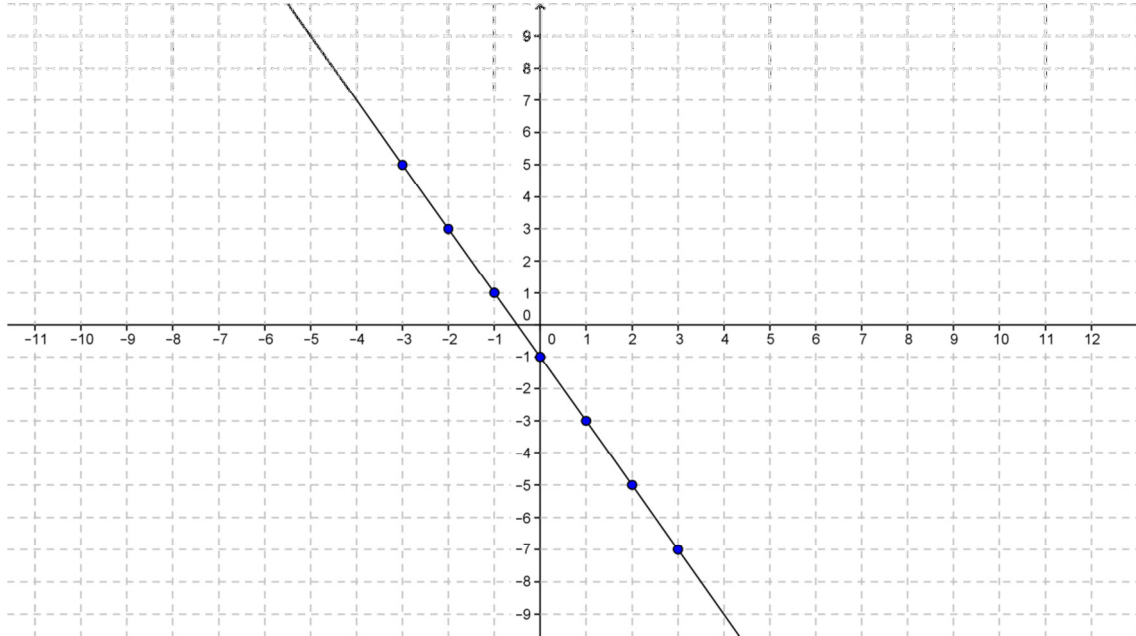
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-7	-5	-3	-1	1	3	5



Cuando  $m > 0$  la función es creciente.

$$f(x) = -2x - 1$$

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	5	3	1	-1	-3	-5	-7

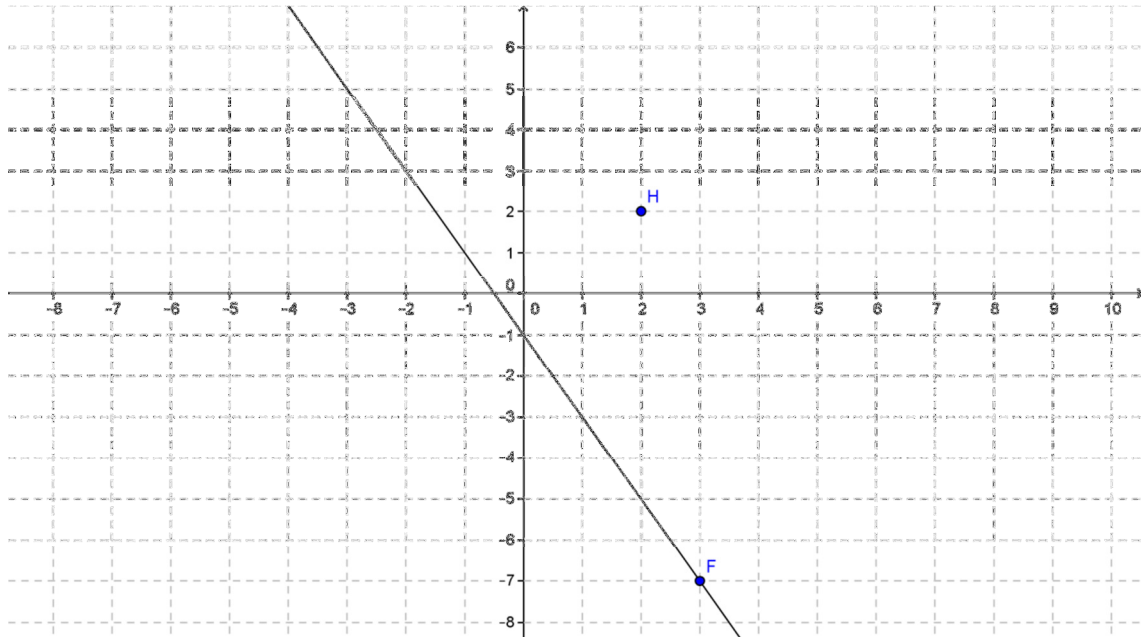


Cuando  $m < 0$  la función es decreciente.

## La ecuación de la recta

Considera la recta

$$y = -2x - 1$$



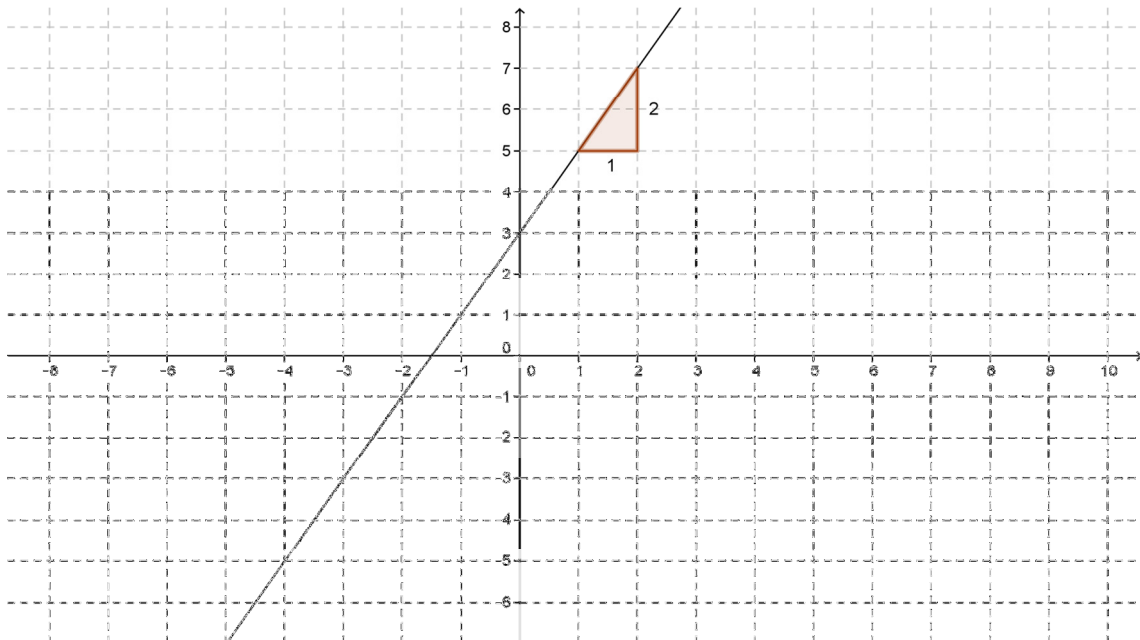
El punto  $F = (3, -7)$  pertenece a la recta porque  $-2 \cdot 3 - 1 = -7$

El punto  $H = (2, 2)$  no pertenece a la recta porque  $-2 \cdot 2 - 1 = -5$  que es diferente de 2

La ecuación de la recta  $y = mx + b$  es la expresión algebraica que cumplen las coordenadas de los puntos  $P = (x, y)$  que pertenecen.

Considero la recta

$$y = 2x + 3$$

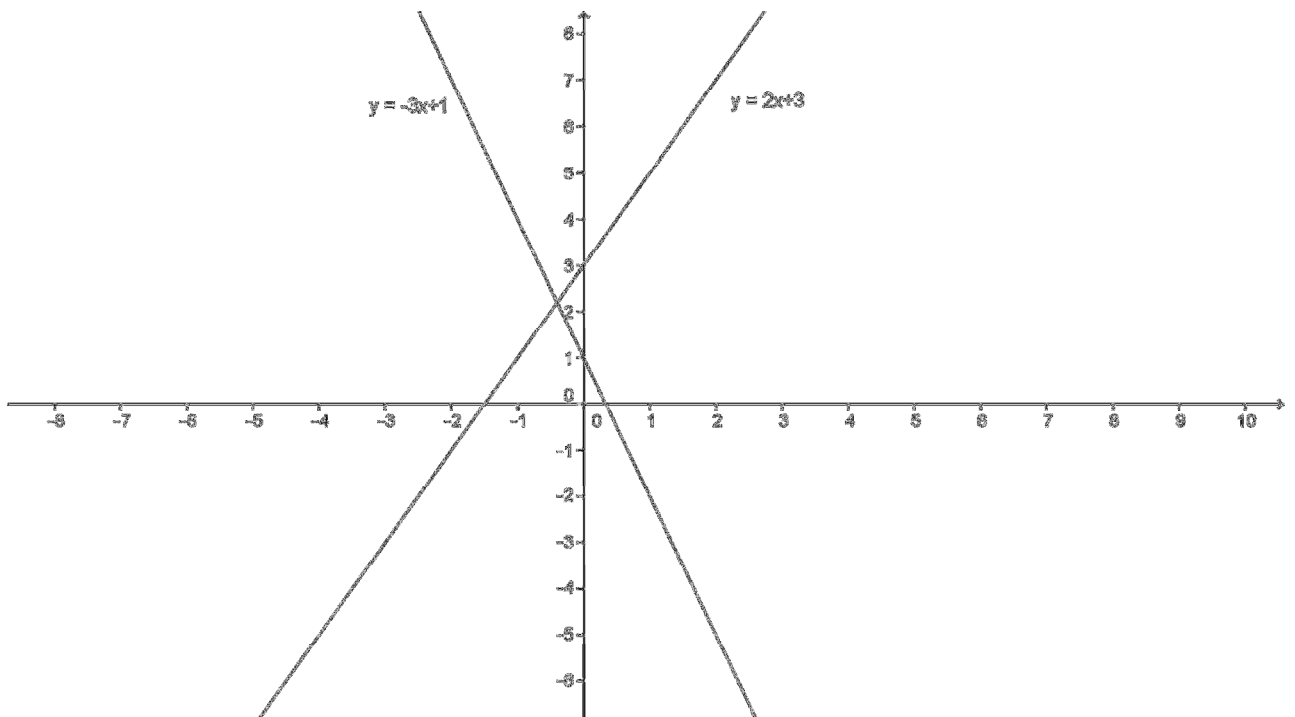


### El valor b

Es la coordenada y del punto de corte de la recta con el eje y. Se llama **ordenada en el origen**.

### El valor m

Es lo que aumenta y cuando x aumenta una unidad. Nos indica lo inclinada que está la recta y se llama **pendiente**. Cuando la pendiente es positiva la recta se inclina hacia la derecha y cuando es negativa se inclina hacia la izquierda.



### Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A = (-2,4)$  y  $B = (1,7)$

Considero la recta  $y = mx + b$

Como  $A = (-2,4)$  pertenece a la recta se cumple  $4 = -2m + b$

Como  $B = (1,7)$  pertenece a la recta se cumple  $7 = 1m + b$

Resolvemos por reducción el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -2m + b = 4 \\ m + b = 7 \end{cases}$$

Restamos las ecuaciones  $m - (-2m) = 7 - 4$

$$3m = 3$$

$$m = \frac{3}{3}$$

$$m = 1$$

Substituimos en la segunda ecuación

$$1 + b = 7$$

$$b = 7 - 1$$

$$b = 6$$

La ecuación de la recta es  $y = x + 6$

## Puntos de intersección de una recta con los ejes

Considero la recta

$$y = 3x - 6$$

**Punto de corte con el eje y**

$$x = 0 \rightarrow y = 3 \cdot 0 - 6 = -6$$

Es el punto  $(0, -6)$

**Punto de corte con el eje x**

$$y = 0 \rightarrow 0 = 3x - 6$$

$$6 = 3x$$

$$\frac{6}{3} = x$$

$$2 = x$$

Es el punto  $(2, 0)$

El gráfico de la recta es

